

Concorso pubblico a.a. 2013/14 per l'accesso al  
Corso di Dottorato in Fisica Università di Pisa

PROVA SCRITTA

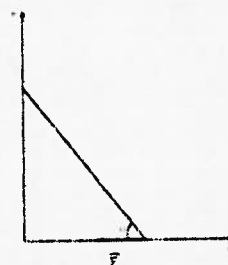
Il candidato o candidata deve svolgere la breve dissertazione di cui alla traccia seguente e risolvere gli esercizi proposti.

**Traccia della breve dissertazione**(lunghezza massima dello svolgimento un foglio protocollo, ovvero 4 facciate):

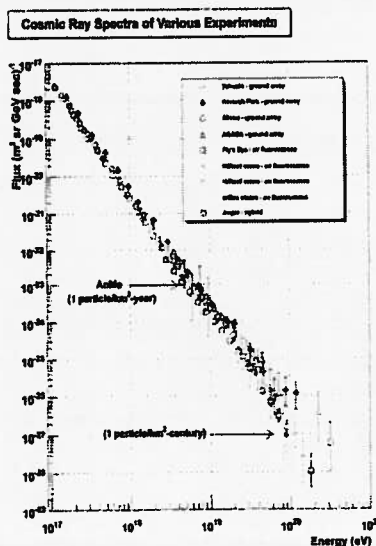
*Descrivete in modo sintetico e preciso una recente ricerca di carattere fisico in un ambito a vostra scelta, discutendo in particolare i fenomeni di base che vi sono coinvolti, le eventuali implicazioni sperimentali e le ricadute in termini fondamentali o applicativi.*

**Esercizio 1:**

Una scala a pioli di massa  $M$  e lunghezza  $L$  è in equilibrio appoggiata a un muro come rappresentato nella figura a lato. La scala è inclinata rispetto al pavimento di un angolo  $\alpha$  e non c'è attrito (né con il muro, né con il pavimento). Si assuma che il centro di massa della scala sia nel punto di mezzo della sua lunghezza. Alla base della scala è applicata una forza  $\vec{F}$  come rappresentato in figura. Quale deve essere il suo valore affinché ci sia equilibrio?



**Esercizio 2:**



La figura a lato mostra il flusso dei raggi cosmici in funzione della loro energia.

- Determinate la curva che meglio approssima l'andamento dei dati sperimentali riportati in figura.
- Stimate il flusso approssimato per secondo di raggi cosmici (assunti come protoni) in arrivo sulla terra (raggio 6000 km) che è in grado di produrre con i nucleoni dell'atmosfera delle collisioni protone-nucleone con energia del centro di massa maggiore di 14 TeV.
- Valutate approssimativamente la lunghezza di attenuazione in metri di tali protoni all'interno dell'atmosfera, assumendo che essa abbia una densità  $\rho = 1.2$  g/litro e che la sezione d'urto per l'interazione inelastica protone-nucleone valga 70 mb.

**Esercizio 3:**

Due particelle identiche di massa  $m$  interagiscono per mezzo di un potenziale centrale descritto dalla seguente equazione:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{per } r < R \\ 0 & \text{per } r > R \end{cases}, \text{ con } R \text{ noto e } V_0 > 0.$$

Determinate il minimo valore di  $V_0$  per cui esiste uno stato legato in onda S con energia di legame  $B$ .

Concorso pubblico a.a. 2013/14 per l'accesso al  
Corso di Dottorato in Fisica Università di Pisa

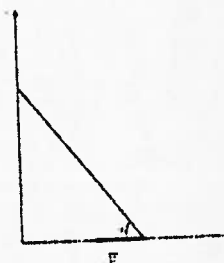
WRITTEN TEST

The candidate is required to briefly illustrate the topic reported below and to solve the proposed exercises.

**Topic of the brief dissertation** (maximum length one "foglio protocollo", i.e., 4 pages):  
Describe, with conciseness and precision, a recent research in a field of physics of your own choice, discussing in particular the involved basic phenomena, the possible implications from the experimental point of view, and the fundamental or applied physics outcomes.

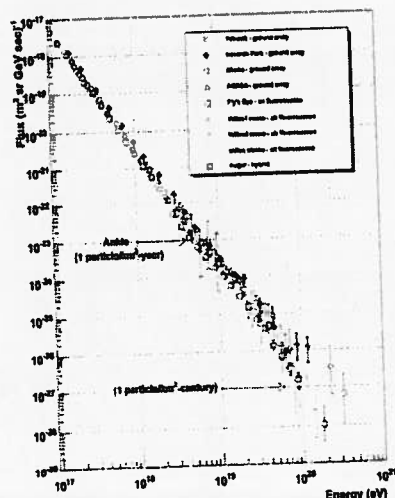
**Exercise 1:**

A ladder with mass  $M$  and length  $L$  is at rest against a wall, as shown in the figure on the side. The ladder is lying obliquely at an angle  $\alpha$  with respect to the floor and there is no friction between the ladder and the wall, or the floor. Assume that the center of mass of the ladder is located at half of its length. A force  $\vec{F}$  is applied at one end of the ladder, as shown in the figure. What is its intensity in order for the equilibrium to hold?



**Exercise 2:**

Cosmic Ray Spectra of Various Experiments



The figure on the side shows the flux of cosmic rays as a function of their energy.

- Find the curve that better fits the behavior of the experimental data reported in the figure.
- Estimate the approximate flux per second of cosmic rays (assumed to be proton) arriving on the earth (radius 6000 km), which produce with the nucleons of the atmosphere proton-nucleon collisions at a center of mass energy larger than 14 TeV.
- Give an approximate evaluation of the attenuation length in meters of these protons in the atmosphere assuming a density  $\rho=1.2$  g/liter and a cross section of inelastic proton-nucleon interaction of 70 mb.

**Exercise 3:**

Two identical particles with mass  $m$  interact with each other through a central potential described by the following equation:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{for } r < R \\ 0 & \text{for } r > R \end{cases}, \text{ with } R \text{ known and } V_0 > 0.$$

Evaluate the minimum  $V_0$  value such that an S-wave bound state exists with binding energy  $B$ .

**Concorso pubblico a.a. 2013/14 per l'accesso al  
Corso di Dottorato in Fisica Università di Pisa**

**PROVA SCRITTA**

Il candidato o candidata deve svolgere la breve dissertazione di cui alla traccia seguente e risolvere gli esercizi proposti.

**Traccia della breve dissertazione** (lunghezza massima dello svolgimento un foglio protocollo, ovvero 4 facciate):

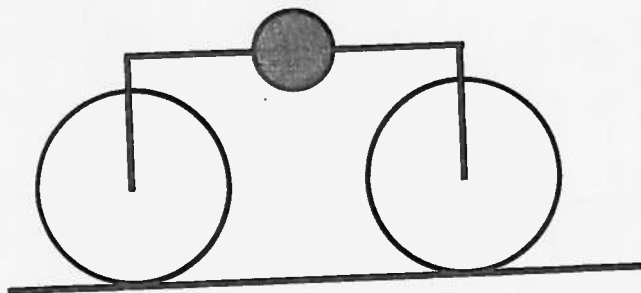
*Discutete in modo sintetico e preciso un fenomeno o processo fisico di vostra scelta che si sia recentemente dimostrato di rilievo in ambito teorico, sperimentale o applicativo.*

**Esercizio 1:**

In un cilindro sono contenute  $n = 4$  moli di un gas perfetto monoatomico. Al gas viene fornita una quantità di calore  $Q = 200$  cal a pressione costante  $P$ .

- Determinate la variazione di temperatura del gas.
- Calcolate il lavoro che il gas compie sull'ambiente esterno.

**Esercizio 2:**



Considerate una bicicletta che si muove a 70 km/h su una strada pianeggiante. Per semplicità supponete che la massa sia tutta concentrata in un punto, come mostrato in figura. Il diametro delle ruote è 1 m e la distanza tra i loro centri è 2 m. Il coefficiente di attrito dinamico fra ruote e strada è  $\mu = 0.6$ .

Calcolate il tempo necessario alla bicicletta per fermarsi nelle due condizioni: a) frenata con la ruota di dietro; b) frenata con la ruota davanti. Discutete anche il caso in cui sia  $\mu = 1.2$ .

**Esercizio 3:**

L'oscillatore armonico unidimensionale soddisfa alla seguente equazione d'onda:

$$H\Psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t)$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

Risulta utile definire i due operatori  $a$  e  $a^+$  come

$$a^+ = [x/b - ip/\hbar]/\sqrt{2} \quad , \text{ con } b^2 = \hbar/(m\omega)$$

$$a = [x/b + ip/\hbar]/\sqrt{2}$$

a) Dimostrate che  $[a^+, a] = -1$ .

b) Dimostrate che l'Hamiltoniana può essere riscritta come  $H = \hbar\omega [a^+ a + 1/2]$ .

c) Dimostrate che l'operatore  $x$  obbedisce alla regola di selezione  $\int \Phi_n(x) x \Phi_m(x) dx = 0$ , a meno che  $|n - m| = 1$ , dove le  $\Phi_j(x)$  sono le autofunzioni dell'oscillatore armonico.

Concorso pubblico a.a. 2013/14 per l'accesso al  
Corso di Dottorato in Fisica Università di Pisa

WRITTEN TEST

The candidate is required to briefly illustrate the topic reported below and to solve the proposed exercises.

**Topic of the brief dissertation**(maximum length one "foglio protocollo", i.e., 4 pages):

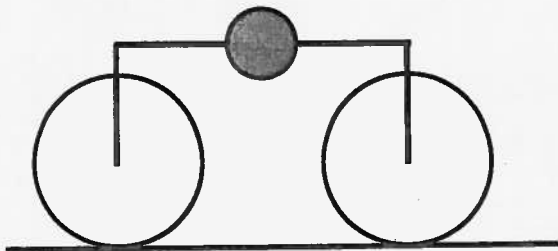
*Discuss, with conciseness and precision, a phenomenon or a physical process of your own choice that has recently demonstrated its relevance in the theoretical, experimental or applicative areas.*

**Exercise 1:**

A cylindrical recipient contains  $n = 4$  mol of a perfect monoatomic gas. A quantity of heat  $Q = 200$  cal is delivered to the gas at constant pressure  $P$ .

- Determine the temperature variation experienced by the gas.
- Evaluate the work done by the gas onto the external environment.

**Exercise 2:**



Consider a bicycle moving with speed 70 km/h on a flat surface. For simplicity take the mass all in one point as shown in the figure. The diameter of the wheels is 1 m and the distance between the centers of the wheels is 2 m. The dynamic friction coefficient between wheels and road is  $\mu = 0.6$ .

Calculate the time needed to the bicycle to stop in two conditions: (i) braking with the back wheel; (ii) braking with the front wheel.

Discuss the case of  $\mu = 1.2$ , as well.

**Exercise 3:**

The one-dimensional harmonic oscillator obeys the following wave equation:

$$H\Psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t)$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

It can be helpful to define the operators  $a$  and  $a^+$  as follows:

$$a^+ = [x/b - ip/\hbar]/\sqrt{2} \quad , \text{ with } b^2 = \hbar/(m\omega) .$$

$$a = [x/b + ip/\hbar]/\sqrt{2}$$

Demonstrate the following statements:

- $[a^+, a] = -1$ .
- The Hamiltonian can be rewritten as  $H = \hbar\omega [a^+ a + 1/2]$ .
- The operator  $x$  obeys the selection rule

$$\int \Phi_n(x) x \Phi_m(x) dx = 0 \text{ unless } |n - m| = 1 ,$$

$\Phi_j(x)$  being the eigenfunctions of the harmonic oscillator.

Concorso pubblico a.a. 2013/14 per l'accesso al  
Corso di Dottorato in Fisica Università di Pisa

PROVA SCRITTA

Il candidato o candidata deve svolgere la breve dissertazione di cui alla traccia seguente e risolvere gli esercizi proposti.

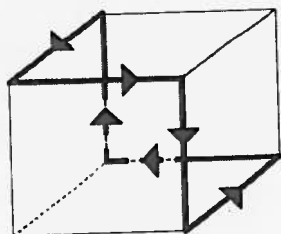
**Traccia della breve dissertazione**(lunghezza massima dello svolgimento un foglio protocollo, ovvero 4 facciate):

*Illustrate in modo sintetico e preciso un recente sviluppo in un ambito di ricerca fisica a vostra scelta, soffermandovi in particolare sulle problematiche di tipo fondamentale o sperimentale che vi sono coinvolte.*

**Esercizio 1:**

Una superficie piana di area  $A = 100 \text{ m}^2$  è uniformemente carica con carica totale  $Q = 6.72 \times 10^{-13} \text{ C}$ . Un elettrone è inizialmente fermo in un punto a distanza  $d = 4 \text{ cm}$  dalla superficie, lontano dai suoi bordi. Determinate il modulo della velocità acquistata dall'elettrone in un punto a distanza  $d' = 1 \text{ cm}$  dalla superficie.

**Esercizio 2:**



Considerate una "bobina" che ha la geometria mostrata nella figura a lato. Lo spigolo del cubo ha lunghezza  $L$  e l'intensità della corrente che percorre il filo è  $I$ . Calcolate direzione e modulo del campo magnetico al centro del cubo. Paragonatene il modulo con quello del campo magnetico generato da una singola bobina quadrata delle stesse dimensioni.

**Esercizio 3:**

Si consideri un fascio di elettroni incidente su una barriera di potenziale unidimensionale, definita come  $V(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ V_0 & \text{per } 0 < x < a, \text{ con } V_0 \text{ e } a \text{ noti.} \\ 0 & \text{per } x > a \end{cases}$

Si supponga che la sorgente di elettroni si trovi a  $x = -\infty$ . Determinate il coefficiente di trasmissione  $T$  per  $E < V_0$ , dove  $E$  indica l'energia del fascio incidente.

Si ricorda che  $T$  è definito come  $T = j_{\text{trasmessa}} / j_{\text{incidente}}$  e la densità di corrente  $j$  è data

$$\text{dalla relazione } j = \frac{\hbar}{2mi} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right).$$

Concorso pubblico a.a. 2013/14 per l'accesso al  
 Corso di Dottorato in Fisica Università di Pisa

WRITTEN TEST

The candidate is required to briefly illustrate the topic reported below and to solve the proposed exercises.

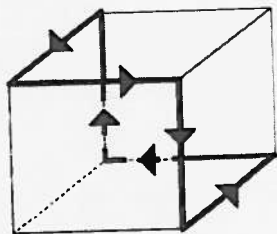
**Topic of the brief dissertation**(maximum length one "foglio protocollo", i.e., 4 pages):

*Illustrate, with conciseness and precision, a recent development in a field of physics of your own choice, pointing out the involved issues of fundamental or experimental relevance.*

**Exercise 1:**

A flat surface with area  $A = 100 \text{ m}^2$  is evenly charged with total charge  $Q = 6.72 \times 10^{-13} \text{ C}$ . An electron is initially at rest at distance  $d = 4 \text{ cm}$  from the surface, far away from its borders. Evaluate the speed of the electron when it gets to the distance  $d' = 1 \text{ cm}$  from the surface.

**Exercise 2:**



Consider a coil with the geometry as shown in the figure on the left. The size of the side of the cube is  $L$  and the current in the coil is  $I$ . Compute the direction and the modulus of the magnetic field at the center of the cube, and compare its modulus to that of the field of a square coil of the same side.

**Exercise 3:**

Let's take an electron beam impinging onto a one-dimensional potential barrier,

$$\text{defined as } V(x) = \begin{cases} 0 & \text{for } x < 0 \\ V_0 & \text{for } 0 < x < a, \text{ with } V_0 \text{ and } a \text{ known.} \\ 0 & \text{for } x > a \end{cases}$$

Assume that the source of the electron beam is at  $x = -\infty$ .

Evaluate the transmission coefficient  $T$  for  $E < V_0$ ,  $E$  being the energy of the incident beam.

Recall the definitions of  $T$ ,  $T = j_{\text{transmitted}} / j_{\text{incident}}$ , and of the current density  $j$ ,

$$j = \frac{\hbar}{2mi} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right).$$