

**Concorso per l'ammissione  
al Corso di Dottorato in Fisica a.a. 2017/2018  
Università di Pisa  
PROVA SCRITTA**

Si svolga un tema a scelta fra i 4 proposti e due esercizi a scelta fra i 6 proposti.

**TEMI PROPOSTI (utilizzare al massimo due facciate)**

1. I fenomeni di propagazione ondosa sono ricorrenti in vari campi della fisica. Illustrare almeno 2 esempi che ritenete particolarmente rilevanti.
2. La rottura spontanea di una simmetria globale è un fenomeno ricorrente in vari campi della fisica. Discuterne gli aspetti salienti e la fenomenologia associata, utilizzando esempi presi dalla meccanica statistica, dalla fisica delle interazioni fondamentali e dalla meccanica classica.
3. Discutere i metodi per accelerare nuclei o particelle, mettendo in evidenza i principi di funzionamento più importanti ed illustrando alcune applicazioni rilevanti.
4. L'interazione radiazione-materia: descrivete gli aspetti fenomenologici e/o sperimentali che ritenete particolarmente rilevanti.

**Esercizio n. 1**

Una particella non relativistica di massa  $m$  si muove nel piano sotto l'azione di un potenziale armonico isotropo centrato nell'origine e di costante elastica  $k = m\omega^2$ , cioè  $V(x, y) = m\omega^2(x^2 + y^2)/2$ .

1. Elencare i livelli energetici e la relativa degenerazione.
2. Sapete interpretare la degenerazione dello spettro energetico in termini di simmetrie del sistema?
3. Si introduce ora una perturbazione  $V_P(x, y) = \lambda(x^2 + y^2)^2$ . Dire qual è il primo livello imperturbato di cui viene rimossa parzialmente la degenerazione, specificandone l'eventuale degenerazione residua.

### **Esercizio n. 2**

Un satellite di massa  $m = 100$  Kg sta ruotando intorno alla Terra su un'orbita circolare di raggio  $R = 10^4$  Km. Durante il moto un meteorite di massa  $\mu = 1$  Kg impatta contro il satellite e vi rimane incastrato. Subito prima dell'urto, il meteorite era in moto radiale verso il centro della Terra, con una velocità che può considerarsi trascurabile ai fini del problema.

1. Stimare la distanza minima dalla Terra a cui arriva il nuovo sistema satellite+meteorite.
2. Stimare dopo quanto tempo dall'impatto viene raggiunta tale distanza minima.

(Raggio della Terra  $R_T = 6.378 \times 10^3$  Km. Si trascurino tutte le altre interazioni che non siano quella gravitazionale con la Terra.)

### **Esercizio n. 3**

Un rudimentale filtro analogico può essere realizzato con una induttanza  $L$  di 1 microHenry con resistenza interna 10 Ohm in serie con una capacità di 1 nFarad. Il filtro viene collegato in ingresso a un generatore di tensione di frequenza variabile e in uscita a un oscilloscopio.

1. Come dovranno essere collegati i due componenti per ottenere un segnale attenuato in tensione?
2. Quale sarà la frequenza centrale e per quali frequenze la tensione all'uscita è minore di  $\sqrt{2}$  volte la tensione del generatore?
3. Si disegni la risposta in fase ed in ampiezza del filtro
4. Si connetta il filtro a un filtro uguale e si ripeta all'infinito l'operazione. Si calcoli l'impedenza risultante vista dal generatore di tensione. Considerando trascurabile la resistenza interna dell'induttanza, ci sono frequenze per cui non si ha attenuazione?
5. **(facoltativo)** Si applichi quanto trovato a un cavo coassiale con impedenze distribuite.

#### Esercizio n. 4

Due particelle puntiformi di massa  $m_1 = 1$  g,  $m_2 = 2$  g e cariche elettriche opposte  $q_2 = -q_1 = q = 10^{-9}$  sono libere di muoversi senza attrito lungo due rette parallele distanti  $a = 1$  cm. All'istante  $t = 0$  le due particelle sono ferme e la proiezione della loro distanza sulle rette è pari ad 1 mm.

1. descrivere la legge oraria del sistema a tutti gli istanti successivi, trascurando del tutto la radiazione irraggiata dalle due cariche in moto e discutendo quali altre approssimazioni sono ragionevoli;
2. si vuole ora discutere quanto è ragionevole trascurare l'irraggiamento. A tal fine, ricordando che un dipolo  $p_0$  oscillante con pulsazione  $\omega$  irraggia una potenza totale  $\omega^4 p_0^2 / (12\pi\epsilon_0 c^3)$ , stimare il tempo di smorzamento delle oscillazioni dovuto all'irraggiamento.
3. (**facoltativo**) mentre il sistema oscilla, le due rette vengono allontanate molto lentamente fino a portarle ad una distanza doppia rispetto all'inizio. Di quanto cambia l'ampiezza dell'oscillazione delle due cariche dopo questo spostamento? (tornare a trascurare del tutto l'irraggiamento).

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$$

#### Esercizio n. 5

Dei positroni vengono accelerati e lanciati contro un gas composto di idrogeno monoatomico all'equilibrio termico a temperatura ambiente. Dall'urto dei positroni contro gli elettroni degli atomi è possibile la creazione di coppie muone-antimuone attraverso la reazione  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ .

1. Stimare l'energia di soglia dei positroni incidenti per cui può avvenire la creazione di tali coppie;
2. per energie appena sopra la soglia, stimare lo spazio medio percorso dai muoni prodotti prima che questi decadano;
3. dall'urto elettrone-positrone può anche prodursi una coppia di fotoni. Sempre assumendo per il positrone incidente l'energia appena sopra soglia di cui al punto 1), dire qual è la frequenza minima e massima con cui ciascuno dei due fotoni può essere osservato nel laboratorio.

$$m_e \simeq 0.511 \text{ KeV}/c^2; \quad m_\mu \simeq 105.7 \text{ MeV}/c^2; \quad \tau_\mu \simeq 2.197 \times 10^{-6} \text{ s}; \quad \hbar \simeq 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

**Esercizio n. 6**

Un sistema è schematizzabile come 1 atomo di spin  $1/2$  e massa  $M = 10^{-25}$  Kg contenuto in un trappola armonica unidimensionale di pulsazione  $\omega = 2 \times 10^{13}$  Hz. Il sistema è immerso in un campo magnetico uniforme e costante  $B$  tale che  $\mu B = 10^{-3}$  eV, dove  $\mu$  è il momento magnetico dell'atomo. Il sistema è posto all'equilibrio termico a temperatura  $T$ .

1. Si ricavi l'energia interna del sistema discutendone l'andamento al variare della temperatura  $T$ .
2. Si ricavi la capacità termica del sistema discutendone l'andamento al variare della temperatura  $T$ .
3. Si ricavi l'entropia del sistema discutendone l'andamento al variare della temperatura  $T$ .

$$k_B \simeq 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K} \simeq 1.381 \times 10^{-23} \text{ J/K}; \hbar \simeq 1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$$